

**Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in
Kaiserslautern**

Semester: Sommersemester 2011

Abschlussprüfung: Mathe für W2

Datum: 28.06.2011

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

- a) Wir haben die Matrizen $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} h & i & j \\ k & l & m \\ n & o & p \end{pmatrix}$ ($\det B = 0$). Kreuzen

Sie an, welche Operationen möglich sind.

$A+B$	$A^T \cdot A$	$A \cdot B$	$B+B^{-1}$	$B \cdot A$	$B-A$	$B \cdot B$	$A+A$
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

(4 Punkte)

- b) Bestimmen Sie die Inverse der Matrix

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 5 \\ -8 & 13 & 21 \end{pmatrix} \quad (8 \text{ Punkte}).$$

Aufgabe 2

- a) Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x)$ von $f(x) = \frac{3^x - 3}{\ln(2-x)}$ $\mathcal{D}_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$ mit der Regel von de l'Hôpital (2 Punkte).
- b) Bestimmen Sie die Elastizität von $f(x) = \frac{x^3 - 8}{24 - 12 \cdot x}$ an der Stelle $x = -1$ (4 Punkte).
- c) Bilden Sie die dritte Ableitung der Funktion $f(x) = \sqrt{2 \cdot x + 1}$ $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$ (6 Punkte).

Abschlussprüfung: Mathe für W2, Sommersemester 2011, 28.06.11

Aufgabe 3

Bei einer statistischen Untersuchung von zwei Merkmalen X und Y erhält man folgende Wertepaare:

	Paar 1	Paar 2	Paar 3	Paar 4	Paar 5
X	78	98	69	28	65
Y	80	103	53	49	65

- a) Bestimmen Sie den Median von Y (1 Punkt).
- b) Welche Korrelation besteht zwischen X und Y? Rechnen Sie jeweils auf vier Nachkommastellen genau. Interpretieren Sie das Ergebnis (11 Punkte).

Aufgabe 4

Ein durstiger und hungriger Student möchte sich mit Cola und Pizza stärken. Ein Glas Cola (x) kostet 1€, und ein Stück Pizza (y) kostet 2€. Der Student hat insgesamt 12€ zur Verfügung. Seine Nutzenfunktion lautet $f(x, y) = 2 \cdot \ln(x) + \ln(y)$, $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}^{>0}$, $\mathcal{D}_{f_x} = \mathbb{R}^{>0}$, $\mathcal{D}_{f_y} = \mathbb{R}^{>0}$. Wie viele Gläser Cola und wie viele Stücke Pizza muss er konsumieren, damit sein Nutzen maximal wird? (12 Punkte)

Aufgabe 5

Gegeben ist die Funktion $f(x) = -\frac{1}{3} \cdot x^3 + 2 \cdot x - 1$ $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

- a) Bestimmen Sie sämtliche lokalen und globalen Minima und Maxima. Geben Sie auch die Hoch- und Tiefpunkte an (5 Punkte).
- b) Bestimmen Sie sämtliche Wendepunkte. Geben Sie auch an, in welchen Bereichen die Funktion streng konvex bzw. streng konkav verläuft (3 Punkte).
- c) Zeichnen Sie die Funktion im Intervall $x \in [-2; 2]$ (2 Punkte).
- d) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente, die den Graphen von $f(x)$ an der Stelle $x_0 = 1$ berührt (2 Punkte).